

例題 56

別解

$$k \text{ の目が出る確率} = \frac{1}{6}$$

$$k+1 \text{ 以上の目が出る確率} = \frac{6-k}{6}$$

より、 n 個中 r 個のサイコロの目が k で、残りのサイコロの目が $k+1$ 以上である確率は、

$${}_n C_r \left(\frac{1}{6}\right)^r \left(\frac{6-k}{6}\right)^{n-r}$$

$X = k$ であるためには、 $1 \leq r \leq n$ であればよいから、

求める確率は、

$$\begin{aligned} \sum_{r=1}^n {}_n C_r \left(\frac{1}{6}\right)^r \left(\frac{6-k}{6}\right)^{n-r} &= \frac{1}{6^n} \sum_{r=1}^n {}_n C_r (6-k)^{n-r} \\ &= \frac{1}{6^n} \left\{ \sum_{r=0}^n {}_n C_r (6-k)^{n-r} - {}_n C_0 (6-k)^{n-0} \right\} \\ &= \frac{1}{6^n} \left\{ \sum_{r=0}^n {}_n C_r 1^r (6-k)^{n-r} - (6-k)^n \right\} \\ &= \frac{1}{6^n} \left[\{1 + (6-k)\}^n - (6-k)^n \right] \\ &= \frac{(7-k)^n - (6-k)^n}{6^n} \end{aligned}$$